耐震性能照査における断面計算についての一考察

エンジニアリング本部　防災・環境解析部
堺　　宣晴

1. はじめに

当社では様々な土木構造物に対して耐震性能照査や補強検討を実施している。対象構造物の種類に応じて各種の指針が存在するが、供用期間中に発生する確率が高い地震動(レベル 1 地震動)に対しては健全性を損なわない性能を、最大級の強さを持つ地震動(レベル 2 地震動)に対しては機能を保持する、または機能回復が速やかに行い得る性能を確保することになっている。

その具体的な設計方法としては、許容応力度設計法や限界状態設計法、その他の方法が用いられる。

本稿では、これらの設計法で用いられる計算手法のうち、曲げ設計に着目して考察する。

2. 断面計算法

2．1　課題設定

断面の曲げ応力度または曲げ耐力の計算手法は、種々の参考文献[1)]に掲載されている。しかし多くの場合、長方形断面、圧縮鉄筋、引張鉄筋から成る断面について定式化されたものである。

一方、実務上は 3 段以上の配筋となる場合もある。1)必要鉄筋量が 1 段で収まらないときに 2 段目以降に配筋する、2)増厚補強時に配筋を 1 段増やす、のような場合である。1)の場合は最小限の間隔で配置するのがふつうであるから、2 段の重心位置に全鉄筋があるものと近似して計算するのが一般的である。2)の場合は 2 段の間隔が離れているため同様の近似には疑問が残る。

そこで、本稿では 3 段以上の配筋をした鉄筋コンクリート断面について曲げ応力度・曲げ耐力算出を定式化する。

2．2　曲げ応力度の算定

以下の仮定に基づいて計算を行う。

① 維ひずみは断面の中立軸からの距離に比例する。
② コンクリートの引張応力は無視する。
③ 圧縮部のコンクリート及び鉄筋は弾性体と見なす。

まず、偏心圧縮力がコア外部に作用する場合、すなわち、断面内に中立軸がある場合の定式化を示す。図 1 は断面の模式図、表 1 は記号を示す。

換算断面積およびその図心軸は以下のようになる。

$$A_E = bh + n\sum A_i$$

$$u = \frac{bh\frac{h}{2} + n\sum A_i d_i}{bh + n\sum A_i}$$

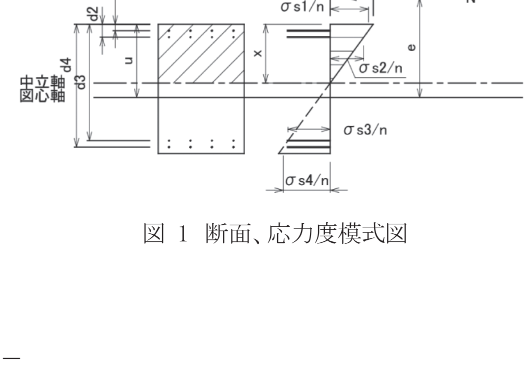


図 1 断面、応力度模式図

表 1 変数記号

u	図心位置[mm]	h	断面高[mm]
d_i	i 段鉄筋位置[mm]	b	断面幅[mm]
A_i	i 段鉄筋量[mm^2]	A_E	換算断面積[mm^2]
N	設計軸圧縮力[N]		
M	設計曲げモーメント[N mm]	e	偏心量[mm] $e=M/N$
x	中立軸位置[mm]	n	ヤング係数比[−]
σ_c	コンクリート圧縮応力度[N/mm^2]	σ_{si}	i 段鉄筋圧縮応力度[N/mm^2]

コンクリートの圧縮応力度(圧縮縁)と鉄筋応力度との関係は、次のように表せる。

$$\sigma_c : x = \frac{\sigma_{si}}{n} : (x-d_i)$$

$$\sigma_{si} = \frac{n\,\sigma_c}{x}(x-d_i)$$

軸力の釣合条件は、

$$N = \frac{bx}{2}\sigma_c + \sum \sigma_{si} A_i$$

図心軸に関するモーメントの釣合条件は、

$$M = \frac{bx}{2}\sigma_c\left(u-\frac{x}{3}\right) + \sum \sigma_{si} A_i (u-d_i)$$

以上2式の釣合条件を書き直すと、次のようになる。

$$N = \frac{\sigma_c}{x}\left(\frac{bx^2}{2} + n\sum A_i(x-d_i)\right)$$

$$M = \frac{\sigma_c}{x}\left(\frac{bx^2}{2}\left(u-\frac{x}{3}\right) + nx\sum A_i(u-d_i) - n\sum A_i d_i (u-d_i)\right)$$

$M = N\cdot e$の関係を用いて上式から σ_c を消去すると、中立軸位置xを求める 3 次式を得る。

$$x^3 - 3(u-e)x^2 - \frac{6n}{b}\left(\sum A_i(u-d_i) - e\sum A_i\right)x + \frac{6n}{b}\left(\sum A_i d_i (u-d_i) - e\sum A_i d_i\right) = 0$$

中立軸が求まると、以下で応力度を算出できる。

$$\sigma_c = Nx\Big/\left(\frac{bx^2}{2} + n\sum A_i(x-d_i)\right)$$

$$\sigma_{si} = n(x-d_i)N\Big/\left(\frac{bx^2}{2} + n\sum A_i(x-d_i)\right)$$

次に、偏心軸方向圧縮力をコア内部に受ける場合の定式化を示す。これはコンクリートの全断面を有効として算定する。図 2 は断面の模式図である。

換算断面積とその図心軸は先に示した。

換算断面図心軸に関する断面二次モーメントは次のように表せる。

$$I_E = \frac{b}{3}\left(u^3 + (h-u)^3\right) + n\sum A_i(u-d_i)^2$$

以上からコンクリート応力度は次のようになる。

$$\sigma_{c1} = \frac{N}{A_E} + \frac{Ne}{I_E}(u-0)$$

$$\sigma_{c2} = \frac{N}{A_E} + \frac{Ne}{I_E}(u-h)$$

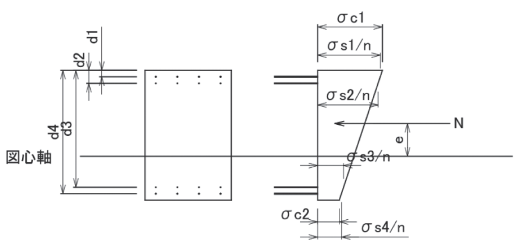


図 2 断面、応力度模式図

さらに、i 段鉄筋の応力度は次式で求められる。

$$\sigma_{si} = n\left(\sigma_{c1} + (\sigma_{c2} - \sigma_{c1})\frac{d_i}{h}\right)$$

$$= \mathrm{n}\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}_E} - \frac{Ne}{I_E}(u - d_i)\right)$$

この式の適用範囲は、両端のコンクリート圧縮応力度が 0 以上となる範囲であり、偏心距離 e が以下の k_1～ k_2間にある場合である。

$$k_1 = \frac{-I_E}{A_E\,(u-h)}, k_2 = \frac{-I_E}{A_E\,(u-0)}$$

また、コア内に引張軸力が作用する場合は、A_E およびI_E算出時に鉄筋のみを考慮すればよい。

2．3　曲げ耐力の算定

以下の仮定に基づいて計算を行う。

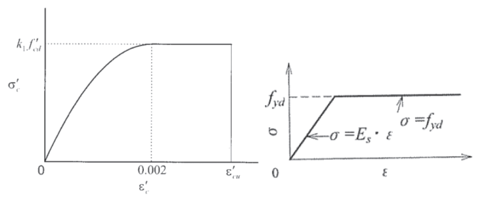
① 維ひずみは断面の中立軸からの距離に比例する。
② コンクリートの引張応力は無視する。
③ コンクリートおよび鉄筋の応力―ひずみ曲線はモデル化された曲線(図 3)を用いる。
④ コンクリートの圧縮応力度の分布は、長方形の分布(等価応力ブロック)と仮定する。

図 4 は断面の模式図、表 2 は記号を示した。

圧縮縁コンクリートひずみとコンクリート圧縮応力は以下のようになる。

$$\varepsilon'_{cu}$$

$$k_1\,f'_{cd}\,\beta\,x\,b$$



コンクリート　　　　鉄筋

図 3 応力ーひずみ曲線 [2)]

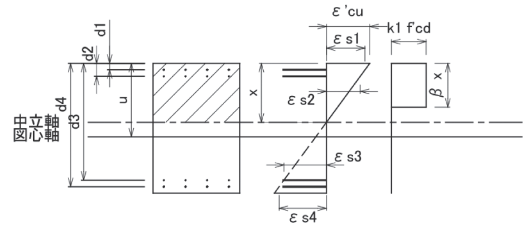


図 4 断面、ひずみ、等価応力ブロック模式図

鉄筋ひずみと応力は以下のようになるが、応力は降伏点が上下限値となる。

$$\frac{x-d_i}{x}\varepsilon'_{cu}$$

$$\min\left(f_{yd}, \max\left(-f_{yd}\,, E_s\,\frac{x-d_i}{x}\,\varepsilon'_{cu}\right)\right) A_i$$

以上から軸力の釣合条件は以下のようになる。

$$N = k_1\,f'_{ck}\,\beta\,x\,b$$

$$+\sum \min\left(f_{yd}, \max\left(-f_{yd}\,, E_s\,\frac{x-d_i}{x}\,\varepsilon'_{cu}\right)\right) A_i$$

上式を解くと中立軸位置 x を得る。これを以下の式に与えて曲げ耐力を得る。

表 2 変数記号

u	図心位置[mm]	h	断面高[mm]
d_i	i 段鉄筋位置[mm]	b	断面幅[mm]
A_i	i 段鉄筋量[mm^2]	N	設計軸圧縮力[N]
Mu	終局曲げモーメント[N mm]	β	等価応力ブロックの係数[−]
x	中立軸位置[mm]	k_1	強度の低減係数[−]
f'_{cd}	コンクリート設計圧縮強度[N/mm^2]	ε'_{cu}	コンクリート終局ひずみ[−]
f_{yd}	鉄筋設計降伏強度[N/mm^2]	ε_{si}	i 段鉄筋圧縮ひずみ[−]

$$Mu = k_1\,f'_{cd}\,\beta\,x\,b\left(u - \frac{\beta x}{2}\right) +$$

$$\sum \min\left(f_{yd}, \max\left(-f_{yd}, E_s\frac{x-d_i}{x}\varepsilon'_{cu}\right)\right) A_i(u-d_i)$$

3. 試算

以上の定式化に基づき、試算を行う。試算断面は 3 段配筋の断面であり、今回の定式化による算出(厳密解)と、重心換算による算出(近似解)とを比較した。

試算は 1000×1000mm の断面に D13@250 を 3 段配置し、2 段目の位置を順次変更した 7 断面について、設計曲げモーメントを変えて実施した。その諸元を表 3 に示す。

算出結果は引張鉄筋応力度σs により比較し、図 5 に示した。図中のプロットに付したラベルは、表 3 に示した断面と断面力の組合せを示している。

設計断面力を変化させた試算(○印)では、計算手法による差は小さい。σs が大きい範囲で差が大きくなっているが、鉄筋の許容応力度を超える範囲で設計をすることは無く、実用上は問題ないと考えられる。

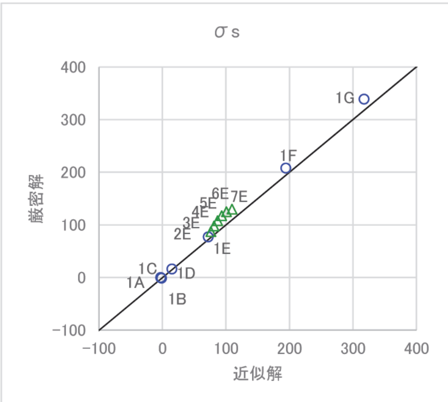
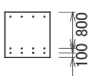
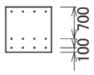
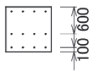
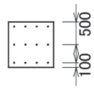
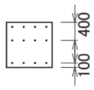
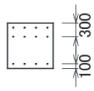
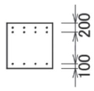


図 5 試算結果

表 3 試算ケース

断面 1 	断面 2 	断面 3 	断面 4 
断面 5 	断面 6 	断面 7 	注)上面を圧縮側とする。
設計断面力 (N, M)			
(A) 100kN, 0.1kNm		(B) 100kN, 10kNm	
(C) 100kN, 20kNm		(D) 100kN, 50kNm	
(E) 100kN, 100kNm		(F) 100kN, 200kNm	
(G) 100kN, 300kNm			

断面を変化させた試算(△印)においては、2 段目鉄筋が最も離れている場合に計算手法による差が比較的大きい。このような状況は元の部材厚とほぼ同じ厚みの増厚補強を行う場合に相当する。

ただし、いずれの試算でも厳密解は近似解より大きな応力度となる傾向に留意し、余裕のある設計に努めるのが良いだろう。

4. まとめ

耐震性能照査で必要となる断面計算について定式化を試みた。通常の耐震性能照査では近似解で充分な精度得られるが、増厚補強を検討する場合には厳密解を採用するのが良いと考えられる。

＜参考文献＞

1) 「鉄筋コンクリート構造―理論と設計― 第 2 版」(1994 年, 谷川恭雄ほか)

2) 「2012 年制定コンクリート標準示方書[設計編]」(2013 年, 土木学会コンクリート委員会)